



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta humanitních studií

Teorie a metody rozvoje matematických představ v předškolním vzdělávání

PaedDr. Lucia Ficová, PhD.

Mgr. Marie Pavelková

Zlín, 2018

POPIS PŘEDMĚTU

Magisterský studijní program: Pedagogika předškolního věku

Předmět: Teorie a metody rozvoje matematických představ v předškolním vzdělávání

Forma studia: kombinovaná

Rozsah distanční výuky: 15 hodin

Zařazení výuky: I. ročník,

Forma výuky: přednáška, seminář

Ukončení: ústní zkouška

Vyučující: PaedDr. Lucia Ficová, PhD., Mgr. Marie Pavelková

Stručná anotace předmětu:

Matematické představy v předškolním věku představují jednu z významných kognitivních oblastí v rozvoji dítěte. Uvedená oblast je vymezena rámcovým vzdělávacím programem pro předškolní vzdělávání ve vzdělávací oblasti Dítě a jeho psychika. Cílem předmětu je seznámit studenty s pojmem přirozené číslo a s vybranými geometrickými pojmy v podmínkách mateřské školy. Prostřednictvím budování schémat, jako výsledek poznávacího procesu, při využití různých metod, které jsou specifické pro dva přístupy - transmisivní a konstruktivistický.

OBSAH

OBSAH.....	3
ÚVOD	4
1 MATEMATIKA V MATEŘSKÉ ŠKOLE	5
2 TVOŘENÍ POJMŮ	9
2.1 REÁLNÝ SVĚT A ČÍSLA	10
3 POZNÁVACÍ PROCES	13
4 SVĚT ČÍSEL	18
4.1 POJEM PŘIROZENÉ ČÍSLO	19
4.2 VNÍMÁNÍ ČÍSLA	20
5 SVĚT GEOMETRIE	23
6 KONSTRUKTIVISTICKÝ A TRANSMISIVNÍ PŘÍSTUP V ROZVOJI MATEMATICKÝCH PŘEDSTAV.....	27
6.1. CÍLE MATEMATIKY V POJETÍ DIDAKTICKÉHO KONSTRUKTIVISMU	29
7 METODY A FORMY ROZVOJE MATEMATICKÝCH PŘEDSTAV.....	33
7.1 DIALOGICKÁ VÝUKA	33
7.2 PROJEKTOVÉ VYUČOVÁNÍ.....	35
7.3 BADATELSKÉ VYUČOVÁNÍ	35
7.4 KOOPERATIVNÍ VÝUKA.....	37
7.5 ROLE UČITELE	38
ZÁVĚR	40
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	41
SEZNAM OBRÁZKŮ	44
SEZNAM TABULEK	45



ÚVOD

Proces myšlení není neměnný, ale proměňuje se jak ve vývoji lidské společnosti, tak i ve vývinu jedince. Některé kognitivní schopnosti vznikají až na určitém stupni vývoje myšlení. Čas nástupu těchto schopností není ovlivněn vůlí jedince, ani jeho okolím. Přesto je možné s potencialitou procesu poznání systematicky pracovat, a tak vytvářet podnětné prostředí pro zrod prvních, počáteních poznatků z oblasti čísel a geometrie. Matematika nevyžaduje pouze paměť a běžné myšlenkové operace, ale vyžaduje poměrně vyspělé deduktivní a induktivní myšlení a vysoký stupeň abstrakce. Abstrakce, která je výsledkem izolovaných a univerzálních modelů, s kterými dítě pracuje a na jejich základě buduje své poznatkové struktury, se v procesu poznání mění.

Vytvořený studijní materiál nabízí čtenáři přehledné zpracování matematického obsahu v podmínkách mateřské školy s návazností na základní školu a z toho vyplývající poznatky z oblasti Světa čísel a Světa geometrie v podmínkách mateřské školy. Jednotlivé světy jsou popsány prostřednictvím konstruktivistického přístupu, který nabízí podněcující prostředí pro dítě předškolního věku. Nelze opomenout ani transmisivní přístup, který má ve světě matematiky také své opodstatnění. V závěrečné části jsou uvedeny vhodné metody a formy, které lze při objevování Světa čísel a Světa geometrie taktéž využít.



1 MATEMATIKA V MATEŘSKÉ ŠKOLE

Hlavní požadavky, podmínky a pravidla pro institucionalizované vzdělávání dětí předškolního věku vymezuje Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání (dále RVP PV). V dokumentu je vymezen elementární vzdělávací základ, na který navazuje základní vzdělávání. Úkolem institucionalizovaného předškolního vzdělávání je vytvoření takových podmínek, které zajistí dítěti prostředí s dostatkem mnohostranných a přiměřených podnětů k jeho aktivnímu rozvoji a učení (RVP PV, 2017). Obsah předškolního vzdělávání je v RVP PV vymezen tak, aby sloužil k naplnění vzdělávacích záměrů a dosahování vzdělávacích cílů.

Předmatematické představy získávají děti již v nejranějším věku, kdy začínají chytat předměty a manipulují s nimi. Nelze proto zpochybňovat význam rozvoje předmatematických představ vhodně volenými formami, při respektování individuality a vytvoření dostatečně podnětného prostředí. Předmatematická výchova má zajistit rozvoj předmatematických představ, které vedou k nabytí předmatematické gramotnosti.

Cíle předmatematické výchovy lze charakterizovat následovně: vytvářet představy (o tvarech, polohách, počtu, atd.) na základě doslechu a dále je uchovávat, umět si je na určitý podnět vybavit, upravit, zpracovat, vyjádřit svoje představy pohybem, graficky, slovně případně smíšenou formou.

- při dějích vnímat jejich souvislosti a následnost, prostor, ve kterém se děje odehrávají včetně prostorových vztahů mezi objekty a jejich záměnami
- rozlišovat mezi důležitým (vzhledem k podmínce, kritériu), rozlišovat mezi možným a jistým (tedy i moci a muset ale ne nesmět), vyhodnocovat, co je pravda / nepravda (správné / nesprávné); rozumět negaci individuálních jednoduchých výroků
- registrovat závislosti a pravidlenosti u pozorovaného nebo popsaného, hledat společné vlastnosti
- chápat číslo (přirozené) ve všech jeho rolích (např. počet, jméno), rozumět alespoň omezeně kontextům, ve kterých se číslo může vyskytovat



- zaregistrovat vyjádření kvantity (určité i neurčité) v řeči v různých jazykových podobách, umět porovnat množství i počet objektů vhodným způsobem
- rozumět otázkám a umět rozlišovat různé otázky
- odpovídat na vybrané otázky se snahou o co nejúplnější informaci
- respektovat v různých aktivitách zadané podmínky, pokyny (návod, instrukce) včetně pochopení role sloves se zápornem a kvantifikátorů
- vnímat dva objekty současně a rozumět vybraným vztahům mezi nimi, chápat vztah celku a jeho částí, objevovat strukturu celku a funkce částí, zvládat výchozí metody řešení (přiřazování, porovnávání, třídění, ostré lineární uspořádání, uvažování, usuzování, určení počtu objektů různými způsoby, vytvoření potřebného modelu apod.) (Kaslová, 2010).

Na uvedené cíle předškolní matematické výchovy navazují cíle primárního matematického vzdělávání. Je tedy důležité, aby mělo dítě před vstupem na základní školu správně osvojené předčíselné představy a představy o vybraných geometrických útvarech. Stejně tak by mělo dosáhnout před zahájením výuky matematiky určitou úroveň rozvoje psychických funkcí, které se podílejí na zvládnutí matematiky. Pokud tomu tak není, nemá dítě základ, na kterém se vytváří matematické představy. Osvojování si poznatků v matematice je pro ně otázkou mechanické paměti (Zelinková, 2001).

Cíle primárního matematického vzdělávání lze charakterizovat následovně:

- využívat matematické poznatky a způsobilosti v praktických činnostech - odhad, měření a porovnávání velikosti a vzdálenosti, orientace
- rozvíjet paměť žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojování si nezbytných matematických vzorců a algoritmů
- rozvíjet kombinatorické a logické myšlení ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů
- rozvíjet abstraktní a exaktní myšlení osvojováním si a využíváním základních matematických pojmů a vztahů, k poznávání jejich charakteristické vlastnosti a na základě těchto vlastností k určování a zařazování pojmů
- vytvářet zásady matematických nástrojů a k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu



- vnímat složitost reálného světa a jeho porozumění, k rozvíjení zkušenosti s matematickým modelováním, k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití, k poznání, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely

- realizovat rozbor problému a plánu řešení, odhadování výsledků, volba správného postupu k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledků vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému

- přesně a stručně se vyjadřovat prostřednictvím matematického jazyka, jeho symboliky, realizací rozboru a zápisu při řešení úloh a ke zdokonalování grafického projevu

- rozvíjet spolupráci při řešení problémových a aplikovaných úkolů vyjadřujících situace běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi, k poznávání možností matematiky a skutečnosti, že k výsledku lze dospět různými způsoby

- rozvíjet důvěru ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, k soustavné sebekontrolě při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematickosti, vytrvalosti a přesnosti, k vytváření způsobilosti vyslovovat hypotézy na základě zkušenosti nebo k jejich ověřování nebo vyvrácení pomocí protikladu (RVP ZV, 2013).

Edukační cíl, který učitel ve své pedagogické práci sleduje, bývá spjat s jeho edukačními strategiemi, tedy způsobem, jakým dítě / žáka vzdělává, zkouší a hodnotí. Dvě polární strategie nazýváme transmisivní a konstruktivistická (blíže kapitola 6).

Při transmisivním způsobu vyučování je učitel nositelem a hlasatelem moudrosti. Dítě / žák se snaží zapamatovat si poznatky, které jsou předávány učitelem a nacvičit řešitelské postupy, které mu učitel předvádí. Při konstruktivistickém způsobu vzdělávání se učitel snaží dětem / žákům otevřít svět matematiky tak, aby si každý z nich ve svém vědomí konstruoval vlastní matematickou strukturu. Učitel dětem / žákům předkládá problémy a řídí diskusi, která se ve třídě při řešení úloh rozvine. Problémy diferencuje podle individuálních schopností dítěte



/ žáka a povzbuzuje ty děti / žáky, kteří ztrácejí sebedůvěru (Spilková a kol., 2005)



2 TVOŘENÍ POJMŮ

Proces abstrakce (mentální činnost) hraje v matematice klíčovou roli. V procesu abstrakce oddělujeme od vnímaného jevu to, co považujeme za podružné, nepodstatné, a zdůrazňujeme to, co považujeme za zásadní, podstatné, charakteristické. Řada představ o matematických pojmech se rodí v kontaktu dítěte s realitou jeho světa ještě v předškolním věku. To se týká například prvních přirozených čísel a operací s nimi a některých geometrických pojmů. Dítě poznává svět v procesu řešení problémů, které jsou pro něj aktuální, kterými žije (Hejný, Kuřina, 2009).

Důležitým krokem procesu abstrakce při tvorbě pojmů je okamžik přeměny kvantity zkušeností subjektu v novou kvalitu, v nový pojem. Tento okamžik, který provází obvykle pocit objevitelského štěstí v psychice subjektu, nazýváme abstrakční zdvih. Abstrakčním zdvihem je relativně ukončena etapa pokusů a omylů, na jejichž základě zařazuje subjekt jevy do určitých souborů. Je to ukončení etapy prvotních zkušeností subjektu s poznávaným pojmem. Kritéria, podle kterých subjekt realizuje klasifikaci, bývají zpravidla neznámé, zpočátku bývají vnější nebo málo obecné. Důležité však je, že subjekt získává zkušenosti, učí se na základě dosažených výsledků. Kroky vedoucí ke vzniku pojmu tvoří posloupnost rozhodnutí, z nichž každé předchozí má vliv na následující. Významnou stránkou procesu poznání je probuzení snahy člověka o vytvoření příslušného pojmu, to je etapa tzv. motivace. Jde v ní o soubor okolností, které zvyšují citlivost psychiky na určité podněty a usměrňují zájem na určitou oblast. Zpočátku jsou zkušenosti subjektu izolované, kvantitativní růst poznatků vyvolává potřebu jejich hodnocení, vytvářejí se obecné, univerzální zkušenosti. V mnoha případech se proces poznání konkretizuje vytvářením posloupnosti mentálních reprezentací pojmu. Abstrakčním zdvihem a vytvořením vzoru etapa poznávání pojmu nekončí. Jde o zařazení pojmu do struktury dosavadního poznání a o strukturování pojmu. Učitel by měl poskytnout dětem / žákům takové externí reprezentace poznatků, které by jim umožnily vytvořit si vlastní mentální reprezentace k řešení problémů (Bertrand, 1998). I tento proces je navozen vhodným problémem, jehož řešení musí proběhnout v hlavě dítěte / žáka. Porozumění není možné bez mentálních reprezentací. Dítě / žák řeší problém tehdy, pokud



je tento problém součástí jeho duševního světa, přičemž mentální reprezentace mohou být nejrůznějšího druhu - od izolovaných modelů k modelům univerzálním až k pojmu.

2.1 Reálný svět a čísla

Náš svět se neobejde bez čísel. Číslo je abstraktní entita, která se používá pro označení množství. Číslo může mít mnoho podob, které jsou reprezentované rolí čísla v reálném světě. Čísla mohou tedy vyjadřovat počet, pořadí, míru, označení.

Role čísel v realitě			Otázka	Příklady
1	STAV	Počet	Kolik?	20 kuliček, 3 hrníčky
2		Pořadí	Kolikátý?	3. místo, 5. měsíc
3		Míra	Kolik?	10 cm, 250 Kč
4	OPERÁTOR	Změny	O kolik?	odebrat 3 ks, zmenšit 2x
5		Porovnávání	Kolikrát?	Vyšší o 6 cm, 3x méně
6	OZNAČENÍ	Adresa	Kde? Kdy?	Pozice šachové figury, rok 2018
7		Kód	Čo?	68 (označení hráče), dálnice D1

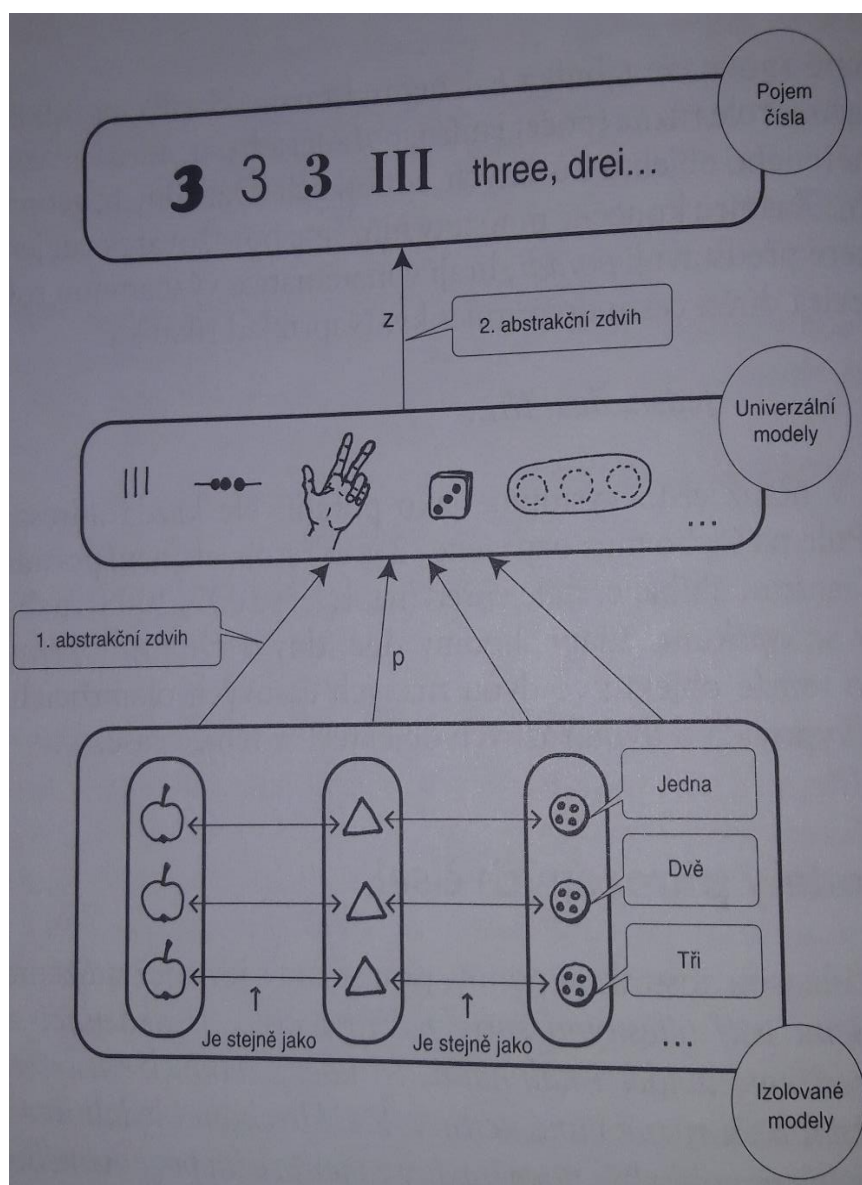
Tabulka 1: Role čísel v realitě (Hejný, Kuřina, 2009)

Přestože čísla jsou abstraktní pojmy, jsou spojeny s jevy, které můžeme poznávat dokonce všemi pěti tělesnými smysly. Vždyť číslo tři si můžeme ukázat na třech kamenech. Můžeme je vidět a nahmatat, tři údery zvonu lze slyšet, tři různé chutě ochutnat a tři různé vůně cítit. Těžko bychom hledali jiné jevy, které by větším právem mohly být považovány za jevy světa poznávaného tělesnými smysly (Vopěnka, 2001).

Tři knoflíky reprezentují číslo tři stejně tak jako slovo tři nebo jako číslice 3. Každá z těchto externích reprezentací může však hrát podstatně odlišnou roli v procesu poznání. S předměty, pomocí kterých reprezentujeme přirozená čísla, můžeme manipulovat, můžeme je vidět nebo o nich hovořit. Proces uchopení



číslo tři si můžeme přehledně představit pomocí následujícího obrázku (Hejný,



Kuřina, 2009).

Obrázek 1

Dítě se seznamuje s kvantitativní stránkou jevu v kontaktu s okolním světem. Pomocí předmětů fyzikálního světa (jablka, knoflíky, trojúhelníky) a zvuků (např. jeden, dva, tři) si dítě uvědomuje, že jablka, se kterými má možnost manipulovat, je stejné i u knoflíků, trojúhelníků apod. Vyjádření můžeme chápat z matematického hlediska jako existenci prostého zobrazení množiny na množinu. Postupně dítě získává představu, že "nezáleží" na tom, o jaké předměty jde. Od izolovaných modelů čísla 3 (3 jablka, 3 knoflíky atd.) se dostane k jeho univerzálnímu modelu pomocí celé řady prostých zobrazení. Tyto zobrazení tvoří tzv.



první abstraktní zdvih. Roli univerzálního modelu může však hrát i představa některého jeho izolovaného modelu. Často je univerzálním modelem malých přirozených čísel model "prstový" - říkáme, že žák počítá na prstech. Jako univerzální model může sloužit počítadlo, systém teček, čárek apod. Izolované i univerzální modely jsou myšlenkovými konstrukcemi, které se mohou vztahovat buď k předmětům fyzikálního světa, nebo k uměle vytvořeným ikonickým nebo symbolickým reprezentacím různých pojmů. Další abstraktní zdvih představuje přechod od univerzálního modelu k abstraktnímu vnímání pojmu čísla 3. Přitom samozřejmě žádný z těchto procesů jak uvádí Hejný a Kuřina (2009) neprobíhá izolovaně, ale vše je v mysli dítěte / žáka různými způsoby propojeno. Symboly čísel, které jsou nakreslené v horní části obrázku, hrají zpočátku pro dítě / žáka pouze roli jakéhosi signálu. Až v algoritmech písemně realizovaných početních operací se stávají významnými složkami matematické kultury.



3 POZNÁVACÍ PROCES

Učení chápeme v souladu s Marešem (1998) jako proces konstruování poznatkových struktur. Takový přístup velmi dobře koresponduje s pohledem na matematiku jako na strukturu popsanou systémem axiom, definic a vět provázaných důkazy.

Abstrakce je přítomna v každé intelektuální činnosti člověka, ale matematika je obzvláště vhodná na kultivaci této důležité mentální funkce (Hejný, Kuřina, 2009). Důvodem je skutečnost, že v matematice pomocí malého počtu pojmů lze nabídnout dětem vhodné podněty, které umožňují probouzet a rozvíjet schopnost abstrakce.

Poznávací proces vycházející z konstruktivistických principů dobře vyhovuje přístupu, který je inspirován prací V. Hejny a M. Hejný (1978). Vychází z toho, že v poznávacím procesu člověk nejprve porozumí několika konkrétním příkladům, všimá si, co mají společné a dochází tak k získání všeobecnějších a abstraktnějších poznatků.

Charakteristika poznávacího procesu

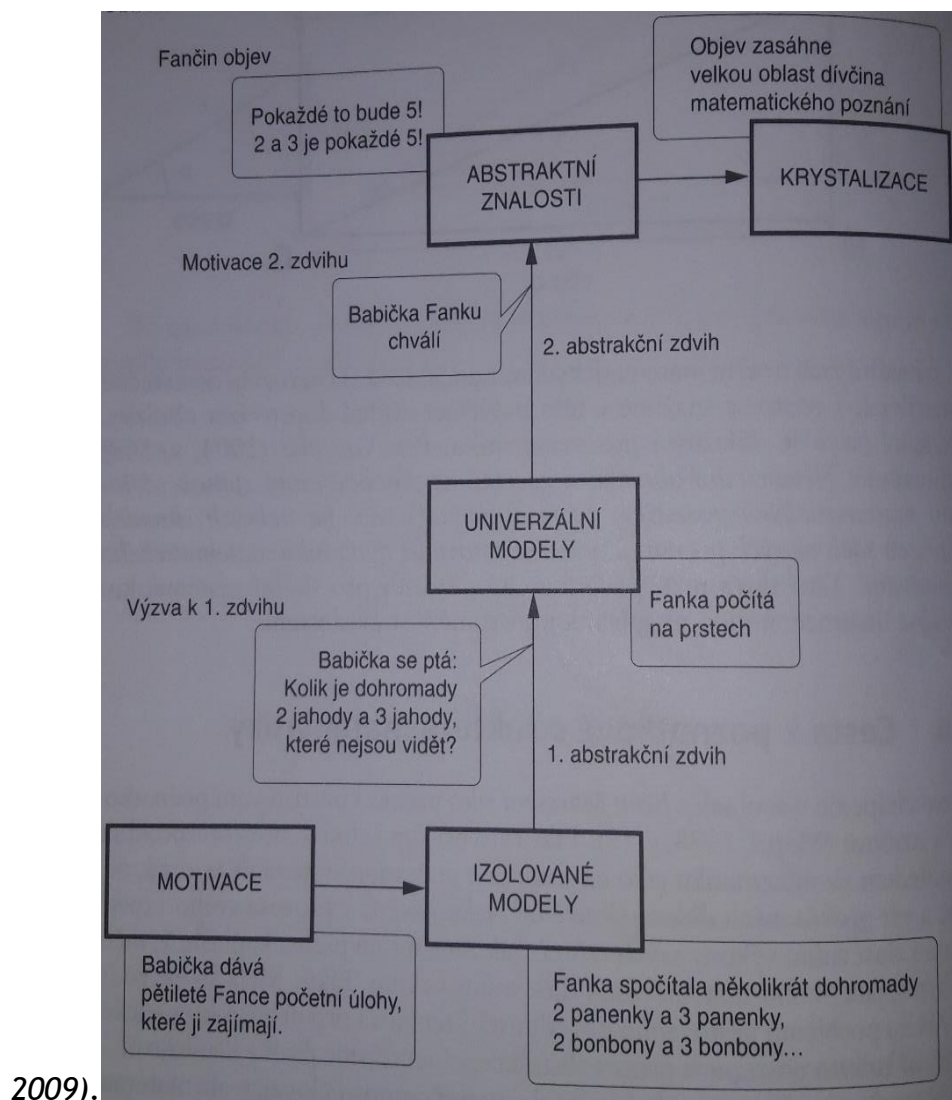
Jádrem poznávacího procesu jsou dva mentální zdvihy: první vede od izolovaného modelu k univerzálnímu a druhý od univerzálního modelu k abstraktním vědomostem. Permanentní složkou poznávání je zařazování nových poznatků do struktury. Tuto část poznávacího procesu nazýváme krystalizace. Po krystalizaci nastává u některých poznávacích procesů etapa automatizace. V etapě automatizace nedochází k novému poznání ale pouze k nácviku poznatého. Pro lepší porozumění uvádíme schéma od autorů Hejný, Kuřina (2009), kteří poznávací proces popisují na základě příběhu pětileté Fanky.

Příběh Fanky:

„Pětiletá Fanka ráda počítá, především s babičkou. Už několikrát vypočítala, kolik jsou dohromady 2 bonbóny a 3 bonbóny, 2 panenky a 3 panenky, 2 židle a 3 židle apod. Pak jí babička dala úkol: Zde pod ubrusem jsou dvě jahody a pod mou rukou jsou tři jahody. Kolik to je dohromady jahod? Dívka jahody neviděla. Chvilku se na ubrus a na babiččinu ruku dívala, pak k obruši dala dva prsty levé ruky a k ruce babičky tři prsty pravé ruky a prsty spočítala. Radostně zvolala: Pět. Babička ji velmi pochválila. Fance zasvítily oči a řekla: To pokaždé bude



pět. Dvě a tři dohromady bude pokaždé pět. Objev, který nyní dívka udělala, zasáhl velkou oblast matematického poznání dívky. Urychlí další analogické objevy. Dívka už brzy zjistí, že každý z výpočtů 1 a 4, 2 a 1, 4 a 2 je smysluplný, i když není navázán na žádné konkrétní předměty. Dívčina znalost čísla a operace dávání dohromady, se tak dostane na abstraktně vyšší hladinu (Hejný, Kuřina,



2009).

Obrázek 2

Motivaci chápeme ve shodě se Sokolem (1998) jako souhrn podnětů, důvodů k určitému jednání. Na rozdíl od člověka, který žádnou motivaci nemá a plní jen příkazy, se bude motivovaný člověk navíc sám snažit odstraňovat překážky a hledat nové cesty k cíli. Dítě / žák, které se nebude chtít učit, které nebude mít o učení zájem, které nebude k učení motivované, si žádnou znalostní strukturu



nebuduje, dokonce si ji budovat ani nezačne, protože k tomu je potřebná jeho aktivita.

Model chápeme jako metodologický prostředek k tomu, abychom porozuměli a vyznali se v situaci. Pokud soustředíme své úsilí při studiu problému na jeho určitou stránku, organizujeme své zkušenosti přirozeně tak, abychom je co nejlépe poznali, vytváří oddělené pohledy na problém, které vedou k izolovaným modelům studovaných jevů. Izolovanými modely čísla 3 jsou 3 jablka, 3 knoflíky a 3 trojúhelníky. Izolované modely jsou reprezentanty obecného pojmu. Pokud matematiku chápeme jako umění pojmenovávat různé věci stejným jménem, mají některé poznatky dítěte v předškolním věku modelový, matematický charakter. Růst lidského poznání se obvykle opírá o soubory izolovaných modelů budoucího pojmu nebo poznatku a lze u něj studovat čtyři stádia: 1. první konkrétní zkušenost s modelem, zárodek následujícího pojmu nebo poznatku; 2. seznámení se s dalšími izolovanými modely pojmu nebo poznatku; 3. poznání vzájemných souvislostí některých modelů, vytváření jejich shluků na základě tušených souvislostí; 4. vytváření komunit izolovaných modelů, více či méně uvědomělé poznání jejich podstaty.

Vzájemná vazba izolovaných modelů následujícího poznatku hraje v poznávacím procesu základní roli. Bez ní nemůže být konstruovaný univerzální model. Člověk, který má tuto vazbu u daného poznatku vytvořenou, umí k danému izolovanému modelu vytvořit paralelní model v jiné sémantické situaci. Vědomost, která není opřena o žádný izolovaný model, o žádnou konkrétní představu, je obvykle silně formální. Cesta jak tento nedostatek odstranit spočívá v dotvoření chybějících představ, to znamená izolovaných a následně i univerzálních modelů. Vytvořením komunity izolovaných modelů tato etapa končí. V budoucnu mohou do vědomí dítěte / žáka přicházet další izolované modely ale ty už nebudou stát u zrodu univerzálního modelu. Budou jej pouze jemně přediferencovat.

Pokud etapa izolovaných modelů pojmu nebo poznatku znamená etapu seznámení, pak etapa univerzálního modelu je etapou nalezení výsledku, nalezení společné podstaty komunity izolovaných modelů a jejich vzájemných souvislostí. Univerzální model má obecnější charakter jako libovolný izolovaný model. Izolo-



vaný model má charakter ukázky, univerzální model představuje obecný návod, algoritmus, vzorec, graf apod.

Prsty běžně slouží jako univerzální model pro první počátky poznatků. Izolované a univerzální modely se týkají mentálních transformací. Modely některých nových poznatků přicházejí do vědomí dítěte / žáka postupně a někdy dlouhodobě. Mezi úrovní izolovaných modelů a univerzálních modelů je zvláštní hraniční typ modelu, který nazýváme vzor. Ten lze použít jako prostředek k řešení úloh i k předpovídání, ale není to plnohodnotný univerzální model, protože nebyl konstruovaný abstrakčním zdvihem z izolovaných modelů.

Dítě, které sleduje otce, jak pomocí prstů počítá, kolik je v bytě oken, nejprve neví, proč se počítají prsty, když se mluví o oknech. Po určité době to pochopí a myšlenku prstů jako vzoru pro počítání věcí si osvojí. Tak se s prsty jako vzorem počítání seznamuje většina dětí. Vzor, který se do vědomí dítěte / žáka dostal předáním, nemá sílu univerzálního modelu. Nepostihuje podstatu komunity izolovaných modelů, je pouze jejich reprezentantem. Je použitelný na modelování standardních situací, nikoli však na situace nové, nestandardní. Změnu vzoru na univerzální model nazveme oživením vzoru. Termínem oživení označíme všechny mentální zdvihy, u kterých se myšlenka, která do vědomí přišla zvenčí osvojením, dostane na vyšší úroveň porozumění v důsledku mentální konstrukce. Cesta k matematice nevede shora od hotové struktury. Cesta k matematice je cestou postupného konstruování matematického světa.

Abstraktní poznatek, který je konstruován, jako výsledek určitého poznávacího procesu se později může stát univerzálním nebo izolovaným modelem jiného poznávacího procesu. Zda je daný poznatek izolovaným modelem, univerzálním modelem nebo abstraktním poznatkem, závisí na jeho roli v poznávacím procesu a ve znalostní struktuře člověka.

V poznávacím procesu Fankel (příběh Fankel) bylo jednoduché rozlišit od sebe jednotlivé etapy procesu poznávání: izolovanými modely byly individuálně předmětové modely, univerzálním modelem byly prsty ve funkci vzoru a abstraktní znalost byla zbavena své závislosti na světě věcí a vyjádřená pomocí matematické symboliky.



V mnoha jiných poznávacích procesech je odlišení jednotlivých etap poznávacího procesu věcí úhlu pohledu a může být interpretován různě. Navíc ne každý poznávací proces prochází všemi pěti etapami. Každý poznávací proces však musí obsahovat etapu izolovaných modelů a alespoň jeden zdvih.

Nová vědomost se po vstupu do kognitivní struktury začne projevovat s existujícími poznatky. Zde se nezřídka objeví nesrovnalost, někdy dokonce spor. Vznikne potřeba hledat novou rovnováhu celé struktury poznatků: novou vědomost přizpůsobit vědomostím dřívějším a současně existující strukturu poznatků měnit podle toho, čím do ní přispěla nová vědomost. Každý nový mentální krok, podílející se na vytváření nového abstraktního poznatku se okmažitě stává součástí celé znalostní struktury a vstupuje do krystalizace.

V poznávacím procesu vystupují dva typy objevů, které nazýváme abstrakční zdvihy. První zdvih, který je v případě budování pojmu čísla zevšeobecněním, dává zrod univerzálnímu modelu a vede tak k nárůstu rozsahu izolovaných modelů. Výsledkem druhého zdvihu, který je v případě budování pojmu číslo osvobozený od předmětných představ, tedy abstrakcí ve vlastním významu tohoto slova je přechod z abstrakce nižší úrovně modelů na úroveň abstrakce vyšší.

Všechny činnosti všedního dne realizujeme víceméně automaticky. Automatizace uvolňuje intelektuální energii člověka pro jinou, náročnější činnost. Stejně je tomu i v matematice. Při řešení složité úlohy je naše pozornost zaměřena především na strategii řešení. Kalkulativní kroky děláme s nepatrným výdejem intelektuální energie, protože úpravy číselných a algebraických výrazů máme automatizované (Hejný, Kuřina, 2009).



4 SVĚT ČÍSEL

Čísla jsou symboly, které se vyvinuly jako způsob zaznamenávání množství nebo počtu, ale matematici po celá staletí objevovali způsoby používání a vysvětlování čísel, aby mohli zpracovávat nové informace. Čísla tvoří soustavu standardních symbolů, které reprezentují určité množství - důvěrně známé 0 až 9 (Vorderman, 2014).

Rozumět číslům a umět je smysluplně používat patří k základním vědomostem člověka. Tyto znalosti získává dítě v rodině, škole i v běžném životě. Úkolem rodiny je pomoci dítěti objevit jeho svět čísel. Úkolem školy je tento svět podstatně rozvinout a konstituovat. Všelijaké čísla leží mimo lidského vědomí, jsou v novinách, sděleních, písankách, knihách, jsou napsány na věcech, plakátech a cedulích. Tvoří svůj vlastní svět čísel jako součást reálného světa, tj. světa, který nás obklopuje. Nás zajímají spíše čísla uložená ve vědomí člověka, zejména ve vědomí dítěte. I ta tvoří osobitý svět. Lépe řečeno světy, protože každý z nás má vlastní svět čísel. Je to soubor všech číselných představ, znalostí a schopností uložených ve vědomí konkrétního člověka. Svět čísel je součástí reálného světa. (Myšlenka o třech světech pochází od Karla Poppera (1998). Podle něj do prvního světa patří všechny věci, příroda, hvězdy atd. Do druhého světa patří to, co leží ve vědomí člověka: myšlenky, naděje, víra, pochybnosti atd. Do třetího světa patří výtvořiny lidského ducha: lidská řeč, pojmy, písničky apod.) Dítě zná svět ve vrstvě slov a ve vrstvě představ. Zpočátku jsou tyto vrstvy slabě propojeny. Dítě zná objekt, který neumí pojmenovat, jindy zná slovo, ale nezná jeho význam. Týká se to i čísel (Hejný, 2001).

Svět začíná dítě poznávat již v předškolním věku. Jsou to malá přirozená čísla, která se později ve škole rozšíří na čísla větší až velké. Přibývají zlomky, desetinná čísla a čísla záporná. Nakonec se objeví čísla iracionální, jako jsou odmocniny nebo π . V prvních ročnících základní školy má většina žáků v osvětlené části světa čísel pouze čísla malá (řekněme do 20), čísla větší má již v přitmě a čísla iracionální v hluboké tmě. Postupně s věkem se dítěti osvětlená část světa čísel rozšiřuje. Část toho, co bylo včera v přitmě, je už osvětlené, část toho, co bylo ve tmě, je už v přitmě. V tomto procesu je právě ono přitmě pro didaktiku velmi důležité, protože zde jde o Vygotského (1970) zónu nejbližšího vývinu.



4.1 Pojem přirozené číslo

Ve školní matematice se bude dítě setkávat s přirozenými čísly často, protože jsou jejími zásadními pojmy (Novák, 1999). Proto je důležité, aby dítě těmito pojmy rozumělo a vytvořilo si správné představy o přirozeném čísle. Pokud se tak stane, projde si několika etapami vývoje jejich chápání.

Mentální schéma Číslo se ve vědomí dítěte začíná tvořit už v útlém dětství. Jde o složitý a dynamický proces plný překvapivých zlomů, které u různých dětí probíhá různě a ve kterém lze sledovat mnoho zajímavých jevů. Navíc zde dochází ke zdánlivě retardačnímu pohybu: dítě, které v lednu rozumělo slovu sedm, v únoru tomuto slovu nerozumí.

V každodenní zkušenosti několikaměsíčního dítěte se objevují slova, o kterých si dítě vytvoří jasnou představu (máma, papat, spát, dudlík atd.) a slova, o kterých si představu buduje postupně (kůň, vědro, čtení atd.). Specifickou skupinu tvoří slova, o kterých dítě žádnou představu sice nemá, ale ví, že patří k sobě, zná i situace, ve kterých je dospělí používají. Dítě ještě nezná význam slova devět, osm, pátý, ale ví, že tato slova patří k sobě. Podobně ví, že k sobě patří slova žlutý, červený, modrý. Ví, že tato slova označují barvu, ale neví, která je modrá. Takovou skupinu slov nazveme částečný (partikulární) verbální svět. Takových světů si dítě do tří let spontánně vytvoří více: Svět barev, Svět jmen, Svět příbuzných a Svět číslovek. Z částečného (partikulárního) světa čísel se brzy začnou vyčleňovat číslovky jeden, dva, případně tři a jejich modifikace: první, druhý, třetí (Hejný, 2014).

Dítě má potřebu komunikovat s dospělými a dospělý přirozeně v této komunikaci orientuje pozornost dítěte na jevy, o kterých se domnívá, že jsou pro dítě užitečné a podnětné. K těm určitě patří i vědomost říkadla jeden, dva, tři atd., které je nástrojem k poznávání počtu. Když má dítě o učení říkadla zájem, je tato výuka užitečná. Když ji dospělý dítěti vnucuje, má jeho vliv negativní dopad na vztah dítěte k počtům. Říkadla k určení počtu sama o sobě nestačí. Je důležité, aby dítě poznalo slova říkanky, která náleží do vrstev slov, přiřadit objektům počítaného souboru a tím dávat slovům představy. Ani tato vědomost ale nestačí k určení počítaného souboru. Dítě musí vědět, že počet určuje poslední slovo říkadla.



4.2 Vnímání čísla

Dospělý člověk má vztahy mezi čísly, jejich reprezentativní a jejich zá-znam v desítkové soustavě plně automatizovaný. To mu znemožňuje předejít problémům, se kterými se při budování schématu Číslo dítě setkává.

Číslo pět může být reprezentováno obrázkem pětihlavého draka v pohádkové knížce, nebo pěti auty na parkovišti nebo pěti údery bicích hodin nebo pěti tečkami na hrací kostce, slovem pět nebo znakem 5, případně V. Každá z těchto reprezentací čísla pět má své specifikum. Vnímání čísla dítětem závisí na nosiči, jehož prostřednictvím se číslo dítěti nabízí. Pokud dítě číslo vnímá prostřednictvím smyslů, nosič nazveme smyslový. Nosič, který číslo popisuje slovy, nazveme verbální. Nosič, který číslo popisuje znakem, nazveme znakový.

Smyslový nosič čísla charakterizují tři parametry. První udává míru stability vs. nestálost, druhý je dán souborem smyslů, které se na vnímání čísla podílejí, třetí eviduje míru (ne) přítomnosti smyslového vnímání. Nejstabilnější jsou permanentně dostupné neměnné nosiče, jako jsou dvě okna v pokoji nebo obrázek pětihlavého draka v pohádkové knize. Méně stabilní jsou časově omezené soubory objektů, jako jsou čtyři auta na parkovišti nebo čtyři prsty, kterými si dítě uchovává číslo 4. Nejméně stabilní, nestálý jsou nositelé čísla, jako je tlesknutí, údery hodin nebo kroky.

Verbální nosič charakterizují dva parametry: míra jeho konkrétnosti vs. abstraktnosti a míra jeho jasnosti. Přitom jasnost závisí jednak na velikosti čísla, které je zvažováno, a na představách o tomto čísle uložených v paměti dítěte. Nosič čísla tři ve slovech "tři přání", které zazní v pohádce o rybáři a rybce je abstraktní. Nosič čísla tři ve slovech "tři vlasy deda Vševěda" je konkrétní. Číslo 12 v pohádce o dvanácti měsíčkách je pro dítě, které zná pouze čísla do 6, číslem nejasným. Nejasná jsou i čísla, která již z paměti dítěte (částečně) odešla. Zvláštní skupinu verbálních nosičů tvoří čísla kódovaná. Ve výpovědi "jako prstů na jedné ruce" je číslo 5 zákodované a k jeho uchopení je třeba vědět nebo zjistit, kolik těch prstů na jedné ruce je.

Znakový nosič je charakterizován jediným parametrem, kterým je míra porozumění znaku. Když dítě vidí napsané číslo nebo písmena, ptá se, jak se to čte. Když se to dozví, uloží si do vědomí tuto informaci jako asociaci slovo - znak.



Jestliže dříve již bylo toto slovo propojeno na představu počtu anebo na adresu, na tuto asociaci se při prvním setkání slova se znakem nenaváže. K tomu dojde až po mnohonásobném opakování asociací.

Rozvoj schématu Číslo je podmíněno potřebou dítěte evidovat číslo, zájem dítěte o číslo. Především číslo jako počet ale někdy i jako pořadí, adresa nebo znak. Potřeba dítěte evidovat číslo se často objevuje již před druhým rokem života dítěte a intenzita této potřeby je u většiny dětí kontaktem stálá. Chvilí je silná, později zase skoro zmizí. Život přináší dětem mnohé podněty. Dítě si z nich v každé chvíli vybírá některé. Jindy intenzivní zájem o čísla přinese dítěti během krátké chvíle cenné zkušenosti poznávání světa čísel.

V první etapě poznávání čísel se dítě učí slovům, někdy i znakům a situacím, kdy dospělý číselky používá. Ve druhé etapě již tyto vědomosti používají k řešení problémů. Druhá etapa vyžaduje, aby dítě vědělo říkankou určit počet malého souboru objektů a mělo představu o počtu alespoň do 4 (Hejný, 2014).

Příběh Aničky:

Dědeček jde s vnučkou do obchodu. Dívka prosí dědečka, aby jí koupil nanuk. Děda souhlasí: "Dobře, ale koupíme pro každé dítě jeden nanuk i pro Aleše a Anežku." Poslední jmenované děti jsou nyní na návštěvě u Aničky. Dívka počítá na prstech: "Já, Alenka, Adam, Aleš, Anežka, pět; koupíme pět nanuků. "Ukazuje dědečkovi pět prstů ruky. Dědeček souhlasí. V obchodě z mrazícího pultu Anička vybírá do košíku nanuky a opakuje jména v jiném pořadí: "Já, Alenka, Anežka, Aleš, Adam." Nanuky v nákupním košíku opět přepočítá. Tentokrát ale říkankou "Jeden, dva tři, čtyři, pět." Obrátí se na dědečka a říká: "Už máme pět nanuků."

1. Číslo 5 se v popsáném příběhu objevuje ve vědomí Aničky pětkrát
2. Dívka pomocí dlouhodobé paměti mobilizuje ve svém vědomí pětiprvkový soubor dětí, soubor je částečně strukturovaný: já - sourozenci - kamarádi.
3. Tím, že Anička jména říká, organizuje soubor pěti jmen do procesu tím, že mluvení provází procesem protahováním prstů, vkládá do procesu evidence struktur.



4. Pět prstů ruky ihned eviduje slovem "pět" to se jako koncept ukládá do krátkodobé paměti.
5. V obchodě zjištěn koncept "pět" nepoužije, ale opět v paměti mobilizuje všech pět dětí a v pozměněném pořadí ukládá nanuky do košíku.
6. Nakonec použije spíše zjištěný koncept "pět" na kontrolu, zda je úloha správně vyřešena (Hejný, 2014).



5 SVĚT GEOMETRIE

Poznávání geometrie probíhá odlišně od aritmetiky. Svět geometrie má přehlednější strukturu jako svět čísel. Čísla, ačkoli jich je nekonečně mnoho, mají stejnou podstatu. Geometrické objekty jsou rovinné, prostorové, oblé, hranaté, velké, malé a jejich společenství není tak dobře organizované, jako je to ve světě čísel. Navíc v geometrii nemáme znaky jakými jsou číslice. Každý geometrický objekt je potřebné popsat samostatně.

První geometrické poznání, ke kterému dítě v předškolním a raném školním věku dojde, se týká geometrických osobností (kostka, koule, hranol, válec, čtverec, kruh, trojúhelník atd.) a jejich jevů doprovodných (vrchol, stěna, střed, úhlopříčka atd.) ve smyslu P. Vopěnky (1989).

Rozvíjet a budovat geometrické představy u dětí předškolního věku patří mezi základní cíle vzdělávání v mateřských školách. Každé dítě přichází do mateřské školy s určitou zkušeností manipulovat s modely různých geometrických útvarů, orientovat se v prostoru, jakožto i vnímat vztah mezi rovinou a prostorem. Má tedy určitou zásobu "pojmu" souvisejících s geometrickými útvary, s nimiž se setkávají již od nejútlejšího věku. K porozumění a vytváření geometrických představ z hlediska vývoje dítěte a jeho rozvoje matematických schopností hrají důležitou roli i motorické dovednosti (Bednářová, Šmardová, 2008).

V rámci předškolního vyučovacího procesu si děti hrají se stavebnicemi (i edukačními) nebo sportovním náradím (například s míčem), což u dětí přispívá k rozlišování geometrických útvarů a k chápání různých prostorových vztahů. Děti tedy třídí, porovnávají, zařazují konkrétní předměty každodenního života. Dítě tak vnímá tvarové odlišnosti, učí se tyto předměty rozlišovat nejen podle barvy ale později také podle velikosti a tvaru. Zatím je však nepojmenovává, vytváří si jen vlastní označení pojmenování. S geometrií se děti mají možnost setkávat všude kolem sebe, jen je třeba je správně usměrnit. Proto je třeba začít ji správně vnímat a nabídnout dětem možnost si to uvědomit, a tak rozvíjet jejich tvořivost ale i fantazii. V předškolním věku by to mělo být zábavnou a hravou formou, což



si mnozí učitelé i uvědomují a do vyučovacího procesu v mateřské škole zařazují různé hry, říkadla nebo didaktické hry a aktivity (Rumanová, Pálinská, 2017).

Příběh Evy:

Eva, žákyně první třídy vidí maminku skládat ubrousky. Začne mamince pomáhat. Každý ubrousek přeloží podle jedné a potom i druhé úhlopříčky. Na práci se soustředí, snaží se, aby přeložení bylo velmi přesné. Maminka Evku pochválí a poděkuje jí za pomoc. Žádné slovo o geometrii zatím nepadlo.

Ve škole náhodou řeší stejnou roli: přeložit papírový čtverec podle úhlopříčky. Paní učitelka řekne: "Podívejte, tady mám čtverec a takto ho přeložím" a předvede na velkém čtverci přeložení; děti to opakuji. Evička se pochlubí, že ona už toto dělala, pomáhala mamince skládat ubrousky. Nyní poradí spolužačce, jak to udělat přesně a sama má přeložení velmi pěkné. Paní učitelka vezme její práci, čtverec rozbalí a chválí Evu, že to má hezké, protože, "podívejte, děti, tento ohyb, tato přímka, jde přesně z rohu do rohu." O několik dní později řeší třída úkol: najdi střed papírového čtverce. Paní učitelka na svém velkém lepenkovém čtverci ukazuje, kde asi ten střed leží a připomíná, co před pár dní se čtvercem dělali. Eva přeložila svůj čtverec nejprve podle jedné úhlopříčky, pak podle druhé a ukázala paní učitelce svůj střed. Ta ji pochválila a její práci ukázala třídě: "podívejte, jak to Evka udělala; přeložila čtverec, našla jednu úhlopříčku, přeložila takto a našla druhou úhlopříčku a zde (ukazuje střed) kde se ty úhlopříčky seběhly, našla střed. "

Doma se Evka chlubí tatínkovi, jak byla ve škole úspěšná. Chce svou práci otcovi ukázat. Vezme list papíru a chce ho přeložit tak, že klade vrchol na vrchol. Je překvapená, že to nefunguje. Zkusí druhou dvojici protilehlých vrcholů a opět je to neúspěšné. Vezme druhý list papíru a výsledek je stejný. Pak řekne, že to musí být čtverec a žádá otce o radu. Otec přeloží obdélníkový list tak, že obě jeho delší strany položí na sebe. Opět list rozloží a podá ho Eve. Ta zopakuje otcovo přeložení a s radostí odhaluje, že je třeba přeložit i v druhém směru, položit krátké strany na sebe. Když list rozbalila, ukázala na střed. Měla z toho radost.



To co se vytvořilo ve vědomí Evy v průběhu popsaných akcí je zárodek schématu osobnosti čtverec (obdélník) a jevů doprovázejících úhlopříčku čtverce, střední příčka obdélníku a vrchol či střed u obou osobností (čtverec, obdélník).

Celý uvedený poznávací proces lze rozložit na jednotlivé etapy, které v oblasti geometrie popisují cestu k poznatku. Etapizace, kterou popisujeme, pokrývá mnohé případy, vycházející jak z manipulativní, tak i z kinestetické činnosti dítěte.

1. Percepce tvaru, dítě vidí různé tvary a ukládá si je do paměti; většina tvarů má trvalý a statický charakter, ale některé jsou v pohybu a některé tvary mají i citové konotace (srdíčko, hvězdička atd.).

2. Přímá činnost dítěte, vycházející z jeho vlastní fantazie nebo inspirace převzaté od kamaráda či dospělého je buď

a) manipulativní - dítě si s tvarem hraje, popřípadě tvar tvoří (například z písku peče bábovku, staví věž z kostek, stříhá či překládá papír, kreslí na chodník panáka na skákání apod.)

b) kinestetický - dítě se pohybuje v režimu s geometrickými prvky (skáče panáka, jde po kladině, kráčí po ulici tak, aby nestoupili na červenou dlaždici atd.).

Opakování, napodobování promyšlené manipulativní / kinestetické činnosti jiného člověka; složitější pohyby jako cyklistika, plavání, hra s míčem, apod. v sobě obsahují mnoho geometrických prvků.

2. Evidence slov, které v souvislosti s geometrickými jevy použije učitel, rodič, nebo jiný člověk; některé z těchto slov přicházejí velmi brzy - v průběhu první etapy (například slova polohy jako před, pod, nad, za apod.) většina slov ale přichází až ve školním věku a žákovy představy o jejich významu bývají zpočátku často zatíženy chybou (například čtverec, jehož úhlopříčky jsou v horizontálním a vertikálním směru, nazve kosočtvercem).

3. Dítě samo používá geometrické slova, často ale nepřesně až deformovány.



4. Další (školní) aktivitou si žák pojmy vyjasňuje a upřesňuje. Zejména obohacuje izolované a generické modely složitějších pojmů jakými jsou čtyřúhelník, mnohoúhelník, obvod, obsah, objem, hranol, jehlan apod.

5. V poslední etapě dochází k upřesnění pojmů pomocí definic. K tomu dochází většinou až na střední škole. Některé pojmy jsou tak náročné, že jejich přesné vymezení neznají ani učitelé. Například pojem mnohostěn.

Jednotlivé etapy mohou, ale nemusí jít v uvedeném pořadí, tak jak uvádí hejný ve své práci od zkušenosti k poznání. Například etapy 2 a 3 se mohou vyměnit. Určitě ale poznávací proces začíná etapou 1. A do stádia schématu vstoupí až 5. Etapou.



6 KONSTRUKTIVISTICKÝ A TRANSMISIVNÍ PŘÍSTUP V ROZVOJI MATEMATICKÝCH PŘEDSTAV

Přístupy v edukaci mateřské školy jsou na základě teorií výchovy a vzdělávání (Bertrand, 1998) vymezeny na dva póly, které však nelze jednoznačně stavět na dvě strany barikády v edukaci jak mateřské tak základní školy. Jedná se o transmisivní přístup, který zdůrazňuje vzdělávací funkci obsahu a na druhé straně je to konstruktivistický přístup, který ale zdůrazňuje vzdělávací funkci žáka (Slavík, Janík, Najvar & Knecht, 2017). Konstruktivismus již v 80. letech sledovali Jean Piaget a John Dewey. Zaměřili se na pozorování žáků při osvojování si vědomostí. Na základě pozorování konstatovali, že při osvojování početních myšlenek nejde o to, aby do dětí byly ukládány hotové vědomosti, ale aby děti kriticky analyzovaly realitu, komunikovaly, přebíraly odpovědnost samy za sebe a taktéž za práci ve skupině (Hejný, 2009). Cíleně je jak už jsme zmínili, nelze rozlišovat na dvě různé pozice pojetí výuky, protože se dotýkají programově odlišných pohledů na dynamiku vztahu mezi žákem a obsahem v učebním prostředí (tamtéž, 379). Jednodušeji řečeno, nemůžeme jednoznačně nazývat pojetí výuky transmisivní, jiným slovem (předávající) vyučování takové vyučování, které žákům zprostředkovává hotové vědomosti a dovednosti, co možná nejvíce jim usnadňují cestu k poznání a vedou je přímou cestou k osvojování návyků. Studenti či děti jsou pasivními příjemci zpracovaných, hotových poznatků a informací. Transmisivní vyučování se podobá vlévání vody - znalostí do nádoby, či přidávání zboží do skladu (žákovy mysli) a tomu, kdo do nádoby vodu přilévá, velmi nezáleží na tom, co v nádobě už je a jakým způsobem se voda smísí (Mareš et al., 1996). Transmisivní vyučování rovněž nazýváme tradiční, tento pojem však dle Janíka nelze akceptovat, protože postrádá operacionální zakotvení a jedná se o umělé vyhrocování polarit (Slavík, Janík, Najvar & Knecht, 2017).

Pokud bychom použili základního pojetí Janíka (2013), že pokud chceme tyto přístupy ve výuce stavět proti sobě, je potřeba je výzkumně uchopit. Ve výzkumu učitelova pojetí výuky bylo zkoumáno „jaké subjektivní teorie mají učitelé o dilematu transmise vs. konstrukce“. Výzkumníci se pokusili definovat teoretická východiska, ze kterých je potřeba vycházet pro širokost významu těchto dvou pojmů. Tyto dva pojmy však taktéž jak uvádí autor stojí v jistém dialek-



tickém napětí, protože transmisi můžeme zasadit na jeden pól, který je uváděn jistými významy. „*Na toto kontinuum jsme umístili pět metafor, s nimiž se dále pracovalo ve výzkumné sondě*“ (tamtéž, 2). Aby bylo lépe porozuměno pojmům konstrukce a transmise, byly použity metafory, které prezentují výše zmíněné dva póly. V didaktice matematiky se setkáváme s pedagogickým přesvědčením, které se identifikuje s jedním nebo druhým pólem a vyznačuje se jistou preferencí v pedagogické praxi. Jak už bylo výše zmíněno, nelze však říci, že učitel „učí transmisivně“ nebo „konstruktivisticky“, protože jsou to dva odlišné pohledy na vztah mezi žákem a obsahem v učebním prostředí (Slavík, Janík, Najvar & Knecht, 2017).

Transmise: zdůrazňuje vzdělávací funkci obsahu

Konstrukce: zdůrazňuje vzdělávací funkci žáka

Metafory na kontinuum „transmise vs. konstrukce“ (Janík, 2013, 3). Autor se zde zaměřuje ne přiblížení těchto dvou pojetí prostřednictvím metafor.



Cílem předškolního vzdělávání je rozvíjet dítě v těch oblastech, které zabezpečí, aby se dítě dále učilo matematice, ale v zásadě je nejdůležitější rozvíjet myšlení dítěte, rozvíjet logické a funkční myšlení. Pomáhat dětem přesně se vyjadřovat



v pojmech, které užívá, učí logicky zdůvodňovat tvrzení, kriticky myslet v situacích, které jsou součástí života dítěte. Žák společně s učitelem v reálné situaci v mateřské škole realizuje poznávací proces. Učitel by měl cíleně dítě motivovat k činnosti, která bude dítěti dávat možnost sebevyjádření a prostor komunikovat s ostatními v obsahu výuky, taktéž bude dítě motivovat ke kritické analýze reality na základě zkušeností ze života mimo mateřskou školu (Hejný, 2009). S odkazem na Hejného konstatujeme, že dítě má budovat síť mentálních matematických schémat, které si každý žák tvoří řešením vhodných úloh a diskusí o svých řešeních se spolužáky. To nás vede k tomu, že dalším zásadním argumentem je schopnost dítěte „převzít odpovědnost za sebe sama a taktéž sa skupinu“ (tamtéž, 192) které je součástí.

Jako učitelé bychom měli mít na mysli hlavně činnosti, které jsou založeny na dialogu, otázkách, hypotézách a problémech. Pokud učitel respektuje tyto kroky, jedná se o pojetí generického konstruktivismu (Kvasz, 2016).

6.1. Cíle matematiky v pojetí didaktického konstruktivismu

Cesta, kterou zastává didaktický konstruktivismus, můžeme specifikovat jako soubor přesvědčení, které učitel zaujímá při plánování výuky. Tradiční přístup čili formalismus rozvíjí paměť dětí, nepodporuje však myšlení a nepodněcuje děti k tvořivosti, která je přirozeností každého dítěte. Jak uvádí Opravilová (2016, 103) „se předškolní vzdělávání v mateřské škole zaměřuje na učení dítěte jako na jeden z prostředků, jimiž lze cíleně rozvíjet osobnost jedince. V promyšleném působení předškolní vzdělávání využívá a spojuje epizodické poznávání a nahodilé učení se záměrným učením“. Hlavním cílem není jen obohatit dítě o poznatek, ale motivovat jej k smysluplnému a systematickému poznávání.

Radost z poznávání

Přirozeností malých dětí je to, že rádi objevují svět. Matematika je však typická svojí abstraktností, nesrozumitelností a způsob předávání poznatků je nepřirozeně odtržen od reálných činností každého člověka. Cílem didaktického konstruktivismu je „kultivace dětského duševního světa“ (Hejný, 2009) a možnost, aby



činnosti, které dítě realizuje, byly pro něj zajímavé, atraktivní a mělo možnost podílet se na realizaci učební úlohy¹, která je učitelem organizována.

Důležitým argumentem a prioritou je kvalita vzdělávacích postupů, které jsou zacílené a vedou k rozvíjení intelektu dětí a k jejich schopnosti matematiku aplikovat s porozuměním. Toto samotné porozumění elementárním činnostem je důležitější než dovednost precizně vyřešit zadaný úkol. Toto samotné porozumění se následně odrazí v chuti vyhledávat matematické a logické úkoly na základě vlastních postupů.

Aktivita

Dalším znakem je aktivita dítěte při realizaci činnosti. Aktivita dítěte se následně odráží v jeho soudech, které jsou doprovázeny komentáři, na základě kterých dítě formuluje matematické věty a důkazy, které se snažilo samo prezentovat. Aktivita při tvorbě poznatku dítěte je nesmírně důležitá v období předškolního věku, protože přirozeností malých dětí je zvědavost a zvědavost. „*Poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý*“ (Hejný, 2015).

Řešení úloh

Pro dítě předškolního věku je přirozené řešit problémové situace metodou pokusu a omylu. Mezi kognitivní učení patří i učení problémové (Oprailová, 2016). Autorka dále uvádí, že se může zdát pro dítě náročné či nepřiměřené. Ale zásadní myšlenkou v rozvoji matematických představ u dítěte předškolního věku je hledání souvislostí, řešení úloh, které jsou v zásadě cíleny pro tvorbu pojmů. Na základě těchto pojmů však nastává proces generalizace a dokazování pravdivosti. Úlohy vždy řeší problém, který je součástí reality a dítě má tak možnost objevovat novou realitu anebo spojit již reálně prožitou skutečnost s činností.

¹ Učební úlohu popisuje Mareš (2013, 365) jako „promyšlenou připravenou práci pro žáka či skupinu žáků, která se zadá proto, aby zajistila u žáků dosažení stanoveného učebního cíle. Je zaměřena na pět parametrů učení: obsahový, stimulační/motivační, operační, formativní a regulační. Úloha má rozvíjet znalosti a dovednosti žáků; při jejím řešení je důležitý jak postup, tak i výsledek“. Učební úloha je tedy součástí života člověka, je to situace, ve které se setkává člo-věk tvář v tvář s problémem, musí jej řešit a ta přináší jedinci nové poučení. Dále uvádějí autoři, že učební úlohy jsou „praktiky typické pro učitelskou profesi“ Slavík, Janík, Najvar & Knecht (2017, 149). Volená učební úloha charakterizuje typický habitus učitele, jeho učitelskou roli. Každá učební úloha má obsah a směřuje k dosažení učebního cíle (tamtéž, 150), který může být zaměřen také na tvorbu žákovské otázky.



Konstrukce poznatku

Matematické poznatky se nedají předkládat v hotové formě, protože tehdy to jsou „jen informace“, které zaprvé nejsou dlouhodobé, podruhé ne vždy jsou smysluplné pro přijímatele a naposledy jsou individuálně interpretovatelné a pokud nejsou aktivní činností dokazované, mohou vznikat nezavršené poznání. Zda dítě dosáhlo v obsahu vzdělávání zúčastněného poznání a to takového, které konstruovalo poznání. Nebo došlo k odcizenému, utajenému či nezavršenému poznání (Slavík, Janík, Najvar & Knecht, 2017) je odrazem individuálních zkušeností dítěte a učitel má možnost na základě diskuse, vhodně zvolených problémových úloh a následně otázek kladených dětmi zjišťovat. Je však důležité zdůraznit, že konstrukce poznatku u dítěte je v myšlení každého člověka specifická a jedná se tedy o individuální konstrukty.

Zkušenosti

Každý člověk si informaci zapamatoval nejlépe tehdy, pokud si ji vyzkoušel nebo prožil. V matematice při tvorbě pojmu nebo porozumění pojům je také nejlepší cesta k porozumění zkušenost z reálného života, která je ve škole podpořena systémem úloh, které jsou gradované, vzájemně provázané. Může se zde jednat o badatelské vyučování, experimentování či metoda pokusu omylu.

Podnětné prostředí

Typické pro didaktický konstruktivismus je osobnost učitele, který vytváří prostředí pro objevování dítěte. Učitel by měl být tvořivý, který sám vidí v předkládaných úlohách prostředí, podněcující tvořivost. Situace, které dítě řeší ve výuce, jsou realizovány na základě jisté míry participace účastníků dané situace. Prvně se žák dostává při řešení úlohy do kontaktu se zadáním úlohy jen on sám nebo popřípadě požádá o krátkou rozpravu kamaráda. Jedná se o individuální kontext řešení úlohy. Po čase určeném pro řešení úlohy pobídnou učitel děti, aby se pokusily porovnat a prodiskutovat výsledky ve skupinkách. Ze skupinových konzultací vznikly závěry, které lze zaznamenat a společně prostřednictvím kolektivního kontaktu řešit na tabuli. Poslední kontakt s učební úlohou je také individuální a to už ve své volné chvíli (Jirotková, 2012).



Interakce

Podnětné prostředí dává taktéž prostor pro interakci mezi účastníky komunikace v obsahu výuky. „Ačkoliv je proces konstrukce poznatku proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuze, srovnávání výsledků, konstrukce příkladů a protipříkladů, pokusy o formulaci domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů apod.)“. Hejný, 2015, 195).

Reprezentace a strukturování

V matematice je zásadní porozumět světu a to je v souvislosti se vzděláváním v mateřské škole zabezpečováno prostřednictvím reprezentantů určitých druhů a souvislostí. Jak uvádí Henzl je myšlení proces, který vede k poznání reality, jehož předmětem zkoumání je prostředí, které je instrumentálně reprezentované ale na rozdíl od vnímání již nepracuje jen s reálnými zástupci daných množin „ale dosazuje si za ně objekty, které realitu pouze zprostředkovávají, zastupují. Podkladem je pak vnímání a představy, myšlení tedy pracuje se zkušeností“. Myšlení umožňuje dítěti samostatně se rozhodovat a řídit manipulativní činnost, odhaluje souvislosti a v zásadě je taktéž schopno domyslet či předvídat dané události. Myšlení je psychický proces, který znamená řešení nějaké praktické činnosti a v edukačním procesu je možno říci úlohy, na základě již dosažených poznatků tedy prekonceptů, ze kterých je dítě schopno dedukovat určité závěry a prostřednictvím nich reagovat.



7 METODY A FORMY ROZVOJE MATEMATICKÝCH PŘEDSTAV

Metody a formy, jsou jedním z aspektu při rozhodování učitele ve volbě přístupu v edukaci mateřské školy. Metody a formy jsou:

7.1 Dialogická výuka

Dialogické vyučování je přístup učitele, který v sobě skrývá cíl a to: prostřednictvím pedagogické komunikace přivádět děti k myšlení a na základě tohoto cíle klade důraz na to:

- 1) Aby děti cíleně komunikovaly v obsahu výuky. Základními klíčovými aspekty jsou, že žáci hovoří často a jejich promluvy jsou dlouhé. Na základě těchto promluv žáci kladou otázky jak vzájemně druhým dětem, tak učiteli.
- 2) Taktéž učitelé kladou žákům otevřené otázky, jejichž cílem je podnítit je k přemýšlení. Tyto otázky učitelé kladou cíleně jako „lešení“ které je cíleně orientováno na základě teorie Vygotského, (1976) jako zóna nejbližšího vývoje. Následně pak viděl řeč jako dominantní a „*centrální faktor vývoje vyšších psychických funkcí a to jak v rovině fylogeneze, tak v rovině ontogeneze (bez osvojení řeči není jednotlivec schopen sofistikovanějších myšlenek)*“ (Šed'ová, 2015, 8).
- 3) Děti realizují myšlenkovou práci, učitel nepreferuje opakování naučených faktů a teorií. Povzbuzuje žáky v argumentování a v jejich promluvách. Následně pak podporuje děti v kladení otázek, aby dostaly odpověď na potřebné informace.
- 4) Organizátor činností poskytuje dětem zpětnou vazbu, snaží se jejich myšlenky podněcovat a následně rozvíjet v promluvách, povzbudit je k rozvoji matematických představ na základě prohlédnutí do hloubky problémů ve vztahu k individuálním možnostem dětí.
- 5) Základem poznávacího procesu je v rozvoji matematických představ aktivity dítěte a úkolem dětí není mechanicky odpovídat na otázky učitele. Cílem je, aby děti samy pokládaly otázky, polemizovaly a diskutovaly mezi sebou.
- 6) Šed'ová uvádí Průchu a chápou komunikaci jako výměnu sdělení mezi učitelem a žáky, zde jde však o to, že znalosti nejsou chápány jako předem



dané a hotové, ale jako postupně konstruované v interakcích a následné participaci mezi učitelem a žáky (Šed'ová, 2015).

Metody dialogické v zásadě dle Vališové ed al. (2007) předpokládají slovní interpretaci mezi učitelem a žáky/dětmi. Dialogismus prezentuje vícesměrnou komunikaci. Základní I-R-F struktura je narušena a jak uvádí Mareš (2016) jedná se o tzv. dialogicko-interaktivní přístup. Učitel navodí diskusi, v níž se děti snaží prezentovat své názory a klást otázky a následně tak prezentovat osobní zkušenosti. Mareš se odvolává na Scotta, 2006 a mluví o struktuře, která je značena jako IR-P-R-P kdy P značí jako (*prompting*) tedy navádění.

Dialog je zásadní při realizaci činností pro rozvoj matematických představ. Dítě v předškolním věku se nachází ve fázi symbolického a předpojmového myšlení. Myšlení je dosud prelogické tzv. předoperační (je stále dominantně vázáno na konkrétní činnosti a aktivitu dítěte). Dále je egocentrické - egocentrismus brání dítěti v objektivním posuzování situací, protože u něho dominují individuální potřeby a přání, která se stávají nástrojem posuzování. Vznikající představy jsou zčásti deformovány tímto stavem, a tak je zcela běžné, že si dítě vybavuje realitu jinak, než jaká ve skutečnosti byla má problém rozlišit přání a realitu. U dítěte předškolního věku nerozvíjíme logické myšlení, avšak stimulujeme rozvoj některých komponent logického myšlení a dáváme dobrý vzor (Fuchs, Lišková, Zelendová, 2015).

Příklad činnosti:

Prostřednictvím dialogu se snažíme, aby dítě kladlo otázky a taktéž konstruktivně argumentovalo. Správná formulace, popis děje apod. je nutným předpokladem pro správné zpracování jakéhokoliv slovně zadaného úkolu, proto procvičit si tuto dovednost je žádoucí a slouží k tomuto účelu například popisování obrázků (Kaslová, 2010).

„Co vidíš na obrázku? Co do obrázku nepatří a proč?“ U této aktivity vyžadujeme zdůvodnění dítěte, proč např. nerostou jahody na stromě (viz. Nesmyslov). Pokud to obrázek dovoluje, můžeme se ptát: „Co na obrázku chybí a proč?“ Dítě se učí argumentovat, vytvářet logické odpovědi (např. na obrázku chybí ocas draka, protože je za mrakem) a vnímat i to, co nevidí (co na obrázku chybí).



7.2 Projektové vyučování

V projektové výuce je projekt motivem sám o sobě, přispívá k individualizaci výuky. Žáci se učí spolupracovat, řešit problémy. Důležitý je rozvoj tvořivosti, veden. Klíčovým cílem projektů je vytvořit příležitosti pro děti k poznávání reality, která je obklopuje, kterou dobře znají a které se snaží porozumět. Realizaci projektových činností si děti volí oblasti, které je zajímají a které jsou pro ně lákavé. Činnosti, které budou děti realizovat v prostředí mateřské školy prostřednictvím praktických činností a přímé manipulace, a tak vyvozovat představu o tvarech, množstvích, pojmech a jiných přirozených předmatematických činnostech. Principem projektového vyučování je jistý časový úsek v edukaci věnovat dohloubky jednomu z témat, které jsou pro děti atraktivní. Propojí se zde všechny oblasti, nejen matematické představy o množství, počtu či tvarech. Jako příklad můžeme uvést:

Stavby budov z velkých přírodních kostek

Hra „Na zedníky“. Motivujeme děti k napodobování staveb města. Podle předlohy i volně. Cílíme na konstrukční uvědomování si objemů, velikostí a tvarů při manipulaci (výstavbě). Děti musí při přímé manipulaci porovnávat realně přinesené obrázky.

Děti si volí materiál, který použijí k realizaci stavby, geometrické modely a utváří si tak představu o mírách a poměrech, srovnávají, uvědomují si objemy, doplňují je - operují s nimi.

7.3 Badatelské vyučování

Badatelsky orientované vyučování je moderní výuková metoda, která se zakládá na samostatnosti v objevování. Dostál, 2013 uvádí badatelské vyučování jako činnost učitele společně s dítětem, která se zaměřuje na rozvoj znalostí, dovedností a postojů na základě aktivního, živého a relativně samostatného poznávání reality. Dítě se samo učí objevovat a na základě badatelských činností poznává skutečnost.

Základními principy tohoto vyučování mohou být:



- 1) Dítě/žák pozoruje činnost, klade otázky vztažené k obsahu, hledá cesty, jak najít správné odpovědi (pokouší se s počty a objekty, kreslením zaznamenává počty kolem sebe, hledá pravidelnosti a zákonitosti ve vztazích, ostatním se pokouší interpretovat získaná data, formuluje vlastní teorie a zobecnění a diskutuje v obsahu tématu a o tom, co zjistil s ostatními dětmi a učitelem.
- 2) Učitel badatelskou činnost iniciuje, podněcuje a řídí. Pomáhá dětem při společně řešeném problému nebo individuálně.
- 3) Edukace vytváří „příležitost zažít: jak se tvoří předmatematické znalosti prostřednictvím osobních i kolektivních pokusů. Dává prostor odpovědět na otázky objevující se v reálných činnostech
- 4) Dominance otázky: bádání při tvorbě matematiky začíná otázkou nebo problémem, přičemž odpovědi děti hledají pozorováním, manipulací a zkoumáním. Učitel realizuje mentální, skutečné experimenty. Vytváříme spojení s otázkami, které nabízejí zajímavé shody s těmi, které řešíme a těmi pro děti již známými“ (Artigueová et. al., 2011, 8)

Činnost žáka/dítěte - bádání, prostřednictvím kterého poznává svět.

Typ úloh: jedná se o specifický typ úloh, prostřednictvím kterých učitel podporuje badatelsky orientovanou výuku. Úlohy učitel volí dle míry neurčitosti, např. na úlohy informačně strohé, hutné apod. Prvním je obtížnost a náročnost úlohy. Pro dotažení cíle není třeba vytvářet úlohu příliš náročnou nebo složitou. Badatelská činnost má dítě motivovat a lákat ho k objevování.

Příklad činnosti:

Hra Telefon - hry se účastní dvě děti, které mají mezi sebou přepážku (např. postavenou knížku) tak, aby na sebe neviděly. Obě děti dostanou 8 krychlí a jedno z nich vytvoří krychlovou stavbu. Pak diktuje svému kamarádovi (za přepážkou), jak má krychle složit, aby vytvořil stejnou krychlovou stavbu. Po ukončení popisu si děti zkontrolují, zda jsou stavby stejné, následně si vymění role. Po ukončení se děti pokouší zaznamenat do čtverců vytvořenou stavbu. Principem badatelské výuky je stavbu zaznamenat a následně zjistit, zda „náčrt“ odpovídá stavbě (Slezáková & Šubrtová, 2015, 34).



7.4 Kooperativní výuka

Tento typ výuky je typický rozdělením rolí účastníků vzdělávacího procesu. Kooperativní vyučování je více než pouhá skupinová práce. "Kooperativní hry" - hry sdílení, činnosti realizované v mateřské škole jsou založeny na principu spolupráce, přijetí jeden druhého. Tyto hry jsou strukturovány tak, že každý vyhrává, nikdo neprohrává, a to vždy. Děti si hrají s druhými, navazují vzájemný kontakt a nehrají si proti druhým. Jsou to hry, ve kterých se hráči snaží o jeden společný, všemi jasný a žádoucí cíl (Kasíková, 1997). To, co kooperativní vyučování odlišuje od čistě skupinové práce je plánování, příprava a hlavně sledování práce ve skupinách. Obecným cílem výuky je vstřebávat nové informace a v kooperativní výuce žáci/děti prostřednictvím řešení různě náročných a problematických úloh spolupracují, vzájemně si pomáhají a diskutují (Maňák & Švec, 2003). Významným aspektem je participace účastníků kooperace a to ponořením se celostně do řešení společného záměru a posílení tak horizontálního rozměru kooperace (Slavík et al., 2013). Otázky dětí zde plní funkci zjišťovací a otázkou se zde děti orientují na cíl. Otázka v kooperativní výuce není závislá na charakteru řešené úlohy, ale primárně vychází z rozvoje dovednosti žáků neformálně spolupracovat (Maňák & Švec, 2003). Participovat na společných činnostech v rámci kooperativního modelu výuky směřuje k intersubjektivnímu sdílení problému a vynoření se žákovských otázek v obsahu matematického vzdělávání v mateřské škole, jež demonstrují problematické úseky v řešení problému. Charakteristiky těchto otázek pak odrážejí úroveň žákova/dětského kognitivního vývoje a odpovědi na ně jsou přemostěním a klíčem k vědění. Lave a Wenger, (1991) se zaměřili na kognitivní socializaci ve smyslu procesuálním a to základního utváření poznávacích procesů, které probíhají v interakci mezi lidmi a prezentují svá přesvědčení, že učení má probíhat ve skupinách, které sdílejí společný zájem a směřují ke společnému cíli (Lave & Wenger, 1991 in: Kohoutek, 2008). Kooperativní činnosti jsou založeny na principu

Příklad činnosti:

Děti mají za úkol vytvořit koláž, která bude určena prostorem (papír velikosti A3). Každý má jistý počet barevných knoflíků. Děti mají za úkol vyplnit prostor tak, aby využily určené knoflíky.



7.5 Role učitele

Učitel je zásadní při tvorbě vzdělávacího procesu. Roli, kterou zastává je dominantní a jak uvádí Čáp a Mareš (2001) je zásadní rozdíl mezi úrovní řešení úlohy a komplexu úloh, kterou dítě dosáhne pod vedením dospělého tedy učitele, a další úrovní, již dosahuje samo v individuální činnosti bez jeho pomoci. Vygotskij poukazuje na to, že pomoc dospělých má urychlovat psychický vývoj dítěte nebo obecněji specifikováno, učení musí předbíhat vývoj, „*razit cestu*“ (tamtéž, 413) a tím mu pomáhat a podporovat jej. Nyní, aktuálně diskutovaný rozvoj vzdělávacího systému (*Strategie vzdělávací politiky do roku 2020*), poukazuje na aspekt, že učitel je předpoklad kvality výuky. Učitel je dominantní ve volně obsahu výuky, volbě učebních úloh a taktéž ve volně praktik, které jsou realizovány ve výchovně vzdělávacím procesu. Učitel svobodně volí způsob, jakým si bude dítě obsah vzdělávání osvojovat. Taktéž formu a metody výuky. Učitel by měl být schopem vyuvářet takové činnosti, prostřednictvím kterých bude dítě poznávat okolní svět a porozumí mu. Taktéž by měl dbát na individuální přístup ve výuce, přizpůsobit obsah vzdělávání aktuálním skutečnostem, reagovat na aktuální rozpoložení dětí s respektem k individuálním zvláštnostem všech dětí. Jak uvádí Slezáková & Šubrtová (2015) Učitel v mateřské škole je průvodce a moderátor diskusí. Běžná společenská představa ideálního učitele je obraz někoho, kdo ví, umí a přednáší. Dokáže realizovat takové aktivity, které nadchnou děti. Tak učitel matematiky umí matematiku, proto o ní může vykládat. V řadě případů se tak i děje. Dítě si vyslechne učitelův výklad, zapíše si nějaké poznámky do sešitu, poslechne si návod k řešení nové situace a tento návod se učí používat. V našem chápání výuky je role učitele i dítěte v zásadě jiná. Učitel je facilitátorem či režisérem činností a dění ve třídě. Je v každém případě realizátorem výzev či úloh, i když to není pravidelností. I děti jsou tvůrci úloh pro své kamarády a, nebo také pro sebe samého. Učitel čeká na řešení jednotlivých dětí, pak zaznamenává výsledky tak, že diskutuje s dětmi o výsledcích. Učitel je opakuje, případně také zapisuje na tabuli - to záleží na vyspělosti dětí.

V mateřské škole není ještě mnoho dětí připraveno na zaznamenávání výsledků na tabuli tak, aby je všichni viděli vizuálně, proto učitel často pracuje pouze s vyřčenými výsledky, které děti obhajují, používají metodu pokusu a omylu. „*Učitel není ten, co rozhoduje o správnosti výsledku řešení. Učitel koriguje diskusi v*



případě nevhodného chování dětí nebo v případě, kdy pozoruje, že děti ještě nedospěly ve svém vývoji k tomu, aby dospěly ke správnému řešení.“(tamtéž, 13). Zde ale autoři doporučují řešení opustit, protože není vhodné podporovat děti ve spekulativních řešeních. Například děti tvrdí, že když se na podlahu s parketami (úloha z prostředí Parket, in tamtéž 78) podívají z opačné strany, je to jiné řešení. Jiné děti tvrdí, že to je vždy jedno řešení. Celá skupina dětí se nemůže domluvit, co je správně. Učitel dětem doporučí, aby ty, co si myslí, že když se na podlahu dívají z jiné strany, jde o jiné řešení, aby s tím tak pracovaly a počítaly vždy dvě řešení. Děti, které považují za jedno řešení i situaci po otočení pohledu, aby to vždy počítaly jako jedno řešení. Obvykle neuplyne dlouhá doba, kdy se všechny děti domluví, že i po otočení podlahy nebo po změně pohledu na podlahu, je řešení pořád jedno.



ZÁVĚR

Oblast rozvoje matematických představ v podmínkách mateřské školy představuje potenciální podmínky a prostředí, které je třeba užitečně využít v předškolním vývojovém stádiu, kdy se vytvářejí myšlenkové struktury potřebné pro celoživotní vzdělávání. V podmínkách mateřské školy je třeba především využít touhu dětí po poznání a zajistit jim vnímané poznávání jevů pomocí různých smyslových vjemů. Využívání smyslových vjemů dopomáhá dítěti k nabývání stabilnějších mentálních struktur, které využívá při budování, ať izolovaných nebo univerzálních modelů, jejichž soubory následně propojuje a využívá k nabytí abstraktního poznatku. Dítě v mateřské škole nemusí nabýt abstraktní poznatek plně ve smyslu různých matematických terminologických pojmů a jejich definic ale v míře, která je pro dané věkové období přirozená a potřebná pro správné porozumění mnohosti čísla v tomto vývojovém období. Realizace procesu vzdělávání v mateřské škole musí být realizována prostřednictvím her a činností, které jsou pro dítě motivující, protože jen touha po poznání vycházející ze samotného přesvědčení dítěte může zabezpečit radost z matematiky, která se později odrazí i v prostředí školy.

Děti, které procházejí předmatematické výchovou, přicházejí do první třídy s bohatší a rozmanitější smyslovou zkušeností potřebnou pro budoucí tvoření matematických pojmů. Jejich číselné a geometrické představy jsou lépe ukotveny. Na úrovni dané věkem jsou vybaveny řadou klíčových kompetencí - samostatně se rozhodují, učí se vzájemně se poslouchat, zorganizovat si práci, postupovat metodou pokus - omyl. Nebojí se splést, protože vědí, že chyba je cestou k lepšímu poznání (Slezáková, Šubrtová, 2015).



SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- ARTIGUE, M., BAPTIST, P., DILLON, J., HARLEN, W. & LÉNA, P. (2011). Learning through inquiry. The Fibonacci Project Resources. Dostupné z [http:// fibonacci-project.eu/](http://fibonacci-project.eu/)
- Bertrand, Y. (1998). *Soudobé teorie ve vzdělávání*. Praha: Portál.
- Dostál, J. (2013). *Badatelsky orientovaná výuka jako trend soudobého vzdělávání. E-Pedagogium*.
- Dostál, J. (2013). *Experiment jako součást badatelsky orientované výuky*. Trend in Education.
- Fuchs, E., Lišková, H., & Zelendová, E. (2015). Rozvoj předmatematických představ dětí předškolního věku [online]., 207 [cit. 2018-02-10]. Dostupné z: http://www.vospspgs.cz/files/user/u1894/download/rozvoj_predmatematických_prestav_deti_preskolního_veku-mp.pdf.pdf.
- Hejný, M. & Hejný, V. (1978) *Prečo je matematika taká ťažká? Pokroky matematiky, fyziky, astronomie*.
- Hejný, M. (2001). *Otváranie a utváranie matematického sveta*. In: *Predškolská a elementárna pedagogika*, (Eds.) Z. Kolláriková, B. Pupala. Praha: Portál.
- Hejný, M. (2009). *Dítě, škola, matematika*. Praha: Portál.
- Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta.
- Hejný, M., & Kuřina, F. (2009). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování* (2., aktualiz. vyd). Praha: Portál.
- Henzl, J. (2003). *Matematické myšlení v úlohách pro děti předškolního věku. Příprava budoucích lektorů pro další vzdělávání pedagogických pracovníků*. Ústí nad Labem.
- Jirotková, D. (2012). *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie: výzkumný záměr Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání* (Vyd. 2). V Praze: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.



- Janík, T., et al. (2013). Kvalita (ve) vzdělávání: obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky. Brno: Masarykova univerzita.
- Kasalová, M. (2010). *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*. Praha: Raabe.
- Kasíková, H. (2005). Učíme (se) spoluprací spoluprací. Kladno: AISIS.
- Kohoutek, R. (2008). Kognitivní vývoj dětí a školní vzdělávání. *Pedagogická orientace* 2008,18(3), 3-22.
- Mareš, J. & Křivohlavý, J. (1995). *Komunikace ve škole*. Brno: Masarykova univerzita.
- Mareš, J. (1998). *Styly učení žáků a studentů*. Praha: Portál.
- Mareš, J. (2016). *Zkoumání procesů a struktur ve výukové komunikaci: historie a současnost*. Pedagogika.
- MŠMT, (2013). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha: MŠMT.
- MŠMT, (2017). *Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání*. Praha: MŠMT.
- Maňák & Švec, (2003). *Výukové metody*. Brno: Paido.
- Novák, B. (1999). *Matematika III.: několik kapitol z didaktiky matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, Pedagogická fakulta.
- Opravilová, E. (2016). *Předškolní pedagogika*. Praha: Grada.
- Popper, K. R. (1998). *Život je řešení problémů*. Praha. Mladá fronta.
- Rumanov, L. & Pálinskásová, P. *Používanie geometrických pojmov vo svete predškolača*. In: Online Journal of Primary and Preschool Education.
- Slavík, J., Janík, T., Najvar, P., & Knecht, P. (2017). *Transdisciplinární didaktika: o učitelském sdílení znalostí a zvyšování kvality výuky napříč obory*. Brno: Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta.
- Slezáková, J. & Šubrtová, E. (2015) *Matematika všemi smysly anebo Hejného metoda v MŠ*. Praha: Boftisk s. r. o.
- Sokol, J. (1998). *Malá filosofie člověka a Slovník filosofických pojmů*. Praha: Vyšehrad.



- Spilková, V. (2005). *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Praha: Portál.
- Šed'ová, K. (2015). *Co je to dialogické vyučování*. Komenský.
- Vališová, A., & Kasíková, H. (2007). *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada.
- Vopěnka, P. (1989). *Rozpravy s geometrií*. Praha: Panorama.
- Vopěnka, P. (2001). *Meditace a základy vědy*. Praha. Práh.
- Vorderman, C. (2014). *Help your kids with Maths*. London. Dorling Kindersley Limited.
- Vygotskij, L. S. (1970). *Myšlení a řeč*. Praha. Státní pedagogické nakladatelství.
- Vygotskij, L. S. (1976). *Vývoj vyšších psychických funkcí*. Praha: SPN.
- Zelinková, O. (2001). *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program*. Praha. Portál.



SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1

Obrázek 1



SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Rola čísel v realite (Hejný, Kuřina, 2009)	10
---	----